e4317

La somme des trois premiers termes d'une suite géométrique est égale à 91 .

Calculer le premier terme et la raison de la suite, sachant qu'ils sont des entiers naturels.

e1943

a) Trouver les paires d'entiers naturels a et b tels que $a > b$ et $\begin{cases} \text{PGCD}(a\,;b) = 42 \\ \text{PPMC}(a\,;b) = 1680 \end{cases}$.

b) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$: $336x + 210y = 294$.

e1430

1/ Déterminer l'ensemble des entiers relatifs tels que $8x \equiv 7\ [5]$ ($8x$ admet le même reste que 7 dans la division par 5).

2/ Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation : $336x + 210y = 294$.

e5011

Soit n un entier naturel non nul quelconque.

Déterminer une condition nécessaire et suffisante pour que $n^2 + n$ soit divisible par 4 .

e1741

Un rayon de bibliothèque de 1,60 m de longueur, est occupé en totalité par des livres de Mathématiques, de 3 cm de largeur, et de Physique de 5 cm de largeur.

Retrouver toutes les configurations possibles du nombre de livres de Mathématiques et de Sciences Physiques.

e3411

1/ Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation : $143x - 100y = 1$.

2/ Déterminer l'ensemble des entiers naturels p tels que : $10^{5p} + 10^{3p} - 2 \equiv 0[143]$.

e4341

Soient a et b deux entiers naturels non nuls tels que $PGCD\,(a + b, ab)$ soit un nombre premier noté p .

1/ Justifier que a et b sont supérieurs ou égaux à 2 .

2/ Calculer $a(a + b) - ab$.

3/ Démontrer que p divise a^2 .

4/ En raisonnant sur la décomposition en facteurs premiers de a^2 , démontrer que p divise a et b .

5/ Justifier que p divise $PGCD\,(a\,, b)$ et que $PGCD\,(a, b)$ divise p.

6/ Que conclure ?

e1213

Soit n un entier naturel non nul.

a) Déterminer le PGCD de n et $(n + 1)$.

b) Déterminer le PGCD de n et $(2n + 1)$.

c) Déterminer le PGCD de $(n + 1)$ et $(2n + 1)$.

e1214

Le PGCD de deux entiers naturels est 36 . Le plus grand de ces deux entiers est 180 .

Trouver les valeurs possibles de l'autre entier.

e1215

Soient a , b et n trois entiers naturels non nuls.

1/ Montrer que tout diviseur de a et b est diviseur de $a + bn$ et $a + b(n - 1)$.

2/ Montrer que tout diviseur de $a + bn$ et $a + b(n - 1)$ est diviseur de a et b.

3/ En déduire que $\text{PGCD}\,(a\,;b) = \text{PGCD}\,(a + bn\,;a + b(n- 1))$.

e1217

Trouver tous les couples d'entiers naturels non nuls $(a\,;b)$, tels que : $ab = 1\,734$ et $\text{PGCD}\,(a\,;b) = 17$.

e1218

Trouver tous les couples d'entiers naturels non nuls $(a\,;b)$, inférieurs à 300, tels que : PGCD $(a\,;b) = 15$ et $a - b = 105$.

e4489

Résoudre le système $\begin{cases} a + b = 2296 \\ \text{PGCD } (a\,;b) = 287 \end{cases}$, où a et b sont des entiers naturels non nuls $(a \le b)$.

e1846

Soit n un entier naturel non nul, $A = 3n + 1$ et $B = 5n - 1$.

1/ Démontrer que PGCD$(A\,;B)$ est un diviseur de 8.

2/ Pour quelles valeurs de n ce PGCD est-il égal à 8 ?

Quel est alors PPMC$(A\,;B)$?

3/ Pour quelles valeurs de n ce PGCD est-il égal à 2 ?

e4444

1/ Soient a et b deux entiers naturels non nuls, tels que $a < b$.

On note $d = \text{PGCD}(a\,;b)$ et $m = \text{PPCM}(a\,;b)$.

Déterminer les couples $(a\,;b)$ tels que $2m + 3d = 78$.

2/ Démontrer que, pour tout entier relatif n, $\text{PGCD}(5n + 3\,;2n - 1) = 1$ ou 11.

En déduire qu'il existe un seul entier relatif n tel que $\text{PPCM}(5n + 3\,;2n - 1) = 33$.

e1222

Soient a et b deux entiers naturels, et l'équation : $ax - by = 1$, où l'inconnue est le couple $(x\,;y)$ d'entiers relatifs.

1/ Trouver une condition nécessaire et suffisante, portant sur a et b, pour que l'équation possède au moins une solution.

2/ En appliquant l'algorithme d'Euclide au couple $(55\,;16)$, déterminer un couple $(x_0\,;y_0)$ d'entiers relatifs tels que :
$55x_0 - 16y_0 = 1$.

3/ Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $55x - 16y = 1$.